

**REVISTA DE  
EMPREENDEDORISMO,  
NEGÓCIOS E INOVAÇÃO**

ISSN 2448-3664

**Alberto de Carvalho  
Peixoto de Azevedo**

Graduado em Engenharia Eletrônica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Mestre em Matemática pela Harvard University, Doutor em Matemática pela Purdue University. Foi professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (UnB). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7761132907533114>

**Marcia Carvalho de  
Azevedo**

Mestre e Doutora em Administração de Empresas pela FGV/SP, Professora do Curso de Administração e do Mestrado Profissional em Gestão de Políticas e Organizações Públicas da Universidade Federal de São Paulo. CV: <http://lattes.cnpq.br/7735307216322291>. E-mail: [marciacarvalhoazevedo@gmail.com.br](mailto:marciacarvalhoazevedo@gmail.com.br)

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC**  
AVENIDA DOS ESTADOS, 5001  
BAIRRO BANGU, SANTO ANDRÉ - SP.  
CEP 09210-580

E-MAIL: [RENI@UFABC.EDU.BR](mailto:RENI@UFABC.EDU.BR)

**COORDENAÇÃO**  
AGÊNCIA DE INOVAÇÃO INOVAUFABC



# POUPANÇA À LONGO PRAZO

## LONG-TERM SAVINGS ACCOUNT

### RESUMO

Juros compostos tem um efeito impressionante no longo prazo, mesmo assim este não é um conceito familiar para a maior parte da população brasileira. A análise conduzida neste trabalho demonstra, por meio de exemplos, que tiveram como base o investimento de renda fixa mais popular no país, a tradicional Caderneta de Poupança, o seu efeito multiplicador, especialmente em prazos de investimento mais longos. O Brasil passa por um processo de envelhecimento acelerado, e provavelmente se tornará um país envelhecido antes de se tornar um país rico. Cenário que demanda de forma clara, que seus habitantes sejam capacitados em termos de educação matemática e financeira, de forma que possam se preparar melhor para sua futura aposentadoria.

**Palavras-chave:** juro composto, caderneta de poupança, rendimento, inflação

### ABSTRACT

Compound interest has a striking effect in the long run, yet this is not a familiar concept for most of the Brazilian population. The analysis carried out in this paper demonstrates, through examples, based on the most popular fixed income investment in the country, the traditional Savings Account, its multiplier effect, especially in longer investment periods. Brazil is going through an accelerated aging process, and will probably become an aged country before it becomes a rich country. A scenario that clearly demands that its inhabitants be trained in terms of mathematical and financial education, so that they can better prepare for their future retirement.

**Keywords:** compound interest, savings account, interest, inflation.

Classificação JEL / JEL Classification: G11

## 1. INTRODUÇÃO

No Brasil, as cadernetas de poupança são o tipo de aplicação financeira mais conhecido pela população e são bastante populares, especialmente entre os extratos de baixa renda. Entre as aplicações financeiras de renda fixa existentes é a modalidade mais antiga. Foi criada no século XIX pelo Imperador Dom Pedro II em 1861, por meio de decreto que instituiu e regulamentou a Caixa Econômica Federal e Monte de Socorro, com duas modalidades de negócio, a Caderneta de Poupança e o Penhor. A poupança em sua criação tinha a garantia do Governo Imperial e era destinada a atender as camadas mais pobres da população, sendo que, desde 1871, mesmo escravos com algum provento (chamados de escravos de ganho), podiam guardar suas economias em uma Caderneta de Poupança (nesse caso a caderneta era feita no nome do senhor do escravo). Suas regras sofreram algumas alterações ao longo dos anos, mas a remuneração com juros de 6% ao ano, já foi estabelecida no momento da sua criação. A correção monetária da aplicação foi criada em 1964 de forma a proteger o investidor da inflação. Em 1991 a correção monetária foi substituída pela Taxa Referencial (TR), que possui a totalizar o rendimento da caderneta, somada aos juros (Brasil, 2012).

Sua popularidade é fruto de diversos fatores. O processo de abertura de conta é bastante simples e rápido. Seu rendimento é isento de imposto de renda e desde que foi criada sofreu poucas alterações em suas regras, o que facilita a compreensão de seu funcionamento por parte do aplicador. A poupança não tem custo de manutenção e pode ser movimentada por meio de cartão magnético, possibilitando assim que o correntista faça saques e transferências. Vários bancos oferecem também a opção dos correntistas fazerem compras utilizando o cartão magnético da conta poupança como cartão de débito. Muitas pessoas de menor renda utilizam cadernetas de poupança como um substituto de uma conta bancária tradicional, ou por não terem acesso a

abertura de uma conta corrente comum e/ou pelo fato da conta poupança não ter custo de manutenção, diferentemente da conta corrente.

A Caderneta de Poupança é extremamente importante na sociedade brasileira. Sua popularidade, facilidade de abertura de conta e de aplicação de recursos financeiros, a tornam um tipo de investimento acessível a toda população. Além disso ela tem um importante papel do ponto de vista de Educação Financeira, pois pode criar, e cultivar, o hábito de poupança na população. Muitas famílias brasileiras abriram contas para suas crianças e tiveram o hábito de realizar depósitos ao longo dos anos visando “juntar um dinheirinho” para elas.

## 2. O FUNCIONAMENTO DA CADERNETA DE POUPANÇA

Atualmente existem dois tipos de Caderneta de Poupança. Em 3 de maio de 2012 as regras de remuneração foram alteradas e todos os depósitos feitos a partir do dia 4 de maio de 2012 são remunerados pelas novas regras, as regras antigas continuam válidas para os depósitos feitos antes desta data. Os depósitos da Poupança Antiga são remunerados em 0,5% de juros ao mês mais a TR. Como os juros da poupança são compostos (juros sobre juros), o rendimento é de 6,17% ao ano, o que é uma remuneração alta em uma economia com taxa de juros e inflação baixas. Em países desenvolvidos não existem aplicações financeiras de renda fixa, com um risco extremamente baixo com é o caso da Poupança brasileira, com remuneração semelhante (Brasil, 2012).

Já para os depósitos da Poupança Nova, quando a taxa de juros básicos da economia, a Taxa Selic, estiver em 8,5% ao ano ou menos, a remuneração dos aplicadores será de 70% da própria Taxa Selic mais a variação da TR (Brasil, 2012).

Com a mudança de regras a Poupança Nova perdeu rentabilidade, e mesmo a Poupança Antiga tem tido um rentabilidade menor que outros investimentos de renda fixa nos últimos anos. A baixa rentabilidade da

poupança (em 2015 o rendimento foi de 8,2% e a inflação, de acordo com o IPCA, foi de 10,7%), aliada à crise econômica, tem levado a saldos negativos desde 2015 (depósitos menos retiradas). Em 2015 o saldo negativo foi de R\$ 53,6 bilhões e em 2016 de R\$ 40,7 bilhões. Em 2017, apesar de uma melhora nos resultados mensais quando comparados as 2016, o saldo líquido acumulado do ano continuava negativo em junho, com um total de R\$ 12,3 bilhões (Máximo, 2017).

A Poupança Antiga teve rentabilidade, descontada a inflação, menor que 1% entre 2010 e 2014. Com a queda da inflação e a alta da Taxa Selic o rendimento real em 2016 aumentou para 1,9%, no entanto, a Selic tem sido reduzida desde então, o que diminuirá novamente a rentabilidade da poupança, mas diminuirá também o rendimento de todas as aplicações em renda fixa, aumentando assim a atratividade da caderneta de poupança, em especial da modalidade antiga (Oliveira, 2017).

A educação da população é um fator fundamental para o desenvolvimento social e econômico de um país, o que também inclui a educação matemática e financeira. O objetivo desta nota é demonstrar o “poder” dos juros compostos a longo prazo, ilustrando a importância do planejamento financeiro. Os dois casos que analisamos a seguir mostram isso de maneira eloquente, pois, a longo prazo, o crescimento do saldo dessas cadernetas chega a surpreender. A análise será feita com base nas regras da Poupança Antiga.

O primeiro exemplo envolve a venda da Ilha de Manhattan pelos índios americanos. O segundo exemplo analisa o caso de fundos de aposentadoria, tema relevante para todos os trabalhadores do país.

### 3. ILHA DE MANHATTAN

Em maio de 1626, Peter Minuit, da Companhia das Índias Ocidentais, comprou a ilha de Manhattan, dos índios, por 24 dólares (Goodwin, 1919). Nosso primeiro exemplo mostra que se estes 24 dólares tivessem sido depositados numa caderneta de poupança,

o saldo dessa poupança nos dias de hoje seria da ordem de 350 bilhões de dólares. Na década de 1990 esse valor quitaria, com folga, a dívida externa brasileira que, na época, era considerada impagável.

O rendimento mensal da Poupança Antiga é o resultado de duas taxas: uma fixa de 0,5% (o rendimento propriamente dito) e outra variável, denominada TR, que procura compensar a inflação. Por exemplo: no dia 1 de julho de 2017, uma caderneta de poupança com aniversário no dia 1 rendeu 0,5626%. Este índice engloba (juros compostos) 0,5% de rendimento real e 0,0623% de TR ( $1,005626 = 1,005 * 1,000623$ ).

Consideremos uma caderneta de poupança hipotética, aberta em 1626, com um depósito de 24 dólares. Qual seria o saldo dessa caderneta nos dias de hoje? Para calcular esse saldo, teríamos que dispor de índices que medissem a inflação durante todo esse período. Entretanto, nos Estados Unidos, índices que medem a inflação só foram elaborados a partir de 1913 (USBC, 1975, p. 183) e, no Brasil, a partir de 1944 (IBGE, 1990, p. 148). De qualquer forma como nosso objetivo é discutir o impacto dos juros compostos no longo prazo, para efeito de cálculo vamos supor que, durante todos esses anos, não houve inflação, isto é, que a poupança rendeu sempre 0,5% ao mês. O valor obtido será, certamente, muito inferior ao que se obteria levando-se em conta a inflação. Como no Brasil, só há registros de taxas de câmbio a partir do século XIX (IBGE, 1990, p. 591), optamos por fazer os cálculos em dólares americanos.

Para fixar idéias, vamos supor que a caderneta de poupança foi aberta no dia 01 de junho de 1626, com depósito inicial  $A$ . No dia 01 de julho de 1626, o depósito  $A$  rendeu

$$\frac{0,5}{100} A = 0,005 A$$

Indicando 1,005 por  $\sigma$ , o saldo no dia 01 de julho de 1626 foi:

$$A + 0,005 A = (1 + 0,005) A = \sigma A$$

Designemos por  $F_n$  o saldo na caderneta no primeiro dia do  $n$ -ésimo mês. Temos:

$$F_1 = A$$

$$F_2 = \sigma A$$

$$F_3 = \sigma(\sigma A) = \sigma^2 A$$

e, em geral, para todo  $n \geq 1$ :

$$F_n = \sigma^{n-1} A$$

$$F_{4.593} = 1,005^{4.692} A = US\$8.842.103.332 * 24 = US\$349.440.311.030$$

Isto é, cerca de 350 bilhões de dólares americanos. Fica como exercício para o leitor estimar qual seria o saldo da caderneta se a inflação dos últimos 391 anos tivesse sido levada em conta!

A caderneta trabalha com juros compostos (juros sobre juros). Se o rendimento incidisse apenas sobre o capital inicial (juros simples) o rendimento mensal seria de:

$$US\$0,005 * 24 = US\$0,12$$

O rendimento total (após 4.692 meses) de apenas:

$$US\$0,12 * 4.692 = US\$563,04$$

E o capital corrigido de

$$US\$24,00 + US\$563,04 = US\$587,04$$

#### 4. FUNDOS DE APOSENTADORIA

Para receber pelo INSS uma aposentadoria no valor de 1 (um) salário mínimo um trabalhador autônomo deve contribuir, mensalmente, com 20% do salário. O que aconteceria se, ao invés de recolher essa quantia para o INSS, o autônomo abrisse uma caderneta de poupança e depositasse os 20% todo mês? Atualmente está em discussão no Brasil a mudança das regras para aposentadoria. Pelas regras vigentes, para ter o direito a se aposentar por tempo de contribuição pelo INSS, os homens devem contribuir por 35 anos e as mulheres por 30 anos. Analogamente, na poupança, no caso dos homens, os depósitos seriam feitos por 35 anos (420 meses) e, no caso das mulheres, por 30 anos (360 meses). O resultado surpreende: vamos mostrar que, no caso dos homens, o fundo acumulado na poupança possibilita

O mês de maio de 2017 é o 4.692º mês dessa caderneta. Logo, com depósito inicial de 24 dólares  $A = 24$ , o saldo na caderneta no dia 01 de maio de 2017, foi:

uma retirada mensal de 1,4 salários, por toda a vida. No caso das mulheres, o período de capitalização é menor e, mesmo assim, o fundo permite uma retirada mensal de 1 salário mínimo, por toda a vida.

Estes fatos sugerem que o INSS não deveria ter problemas para pagar a aposentadoria dos seus contribuintes. Entretanto, além da aposentadoria por tempo de contribuição, a Previdência Social assegura ao contribuinte uma série de outros benefícios, tais como: aposentadoria por invalidez, aposentadoria por idade, auxílio-acidente, auxílio-doença e auxílio-reclusão. Além disso, o INSS provê salário-família, salário-maternidade e, no caso de falecimento do trabalhador, paga pensão para os dependentes - qualquer que tenha sido o tempo de contribuição do trabalhador. Há ainda que considerar, os segurados especiais (trabalhadores rurais, entre outros), o seguro desemprego, etc. Segundo Celso Barroso Leite (apud Souza, 2002, p.116), nos dias de hoje, a Previdência Social contempla mais de 80 benefícios. Outros pontos importantes são: a existência de benefícios com baixíssimas contribuições como as aposentadorias dos segurados especiais, as aposentadorias por idade e o fato de que muitos contribuintes se aposentam na faixa dos cinquenta anos, enquanto que a expectativa de vida dos brasileiros tem crescido de maneira expressiva ao longo dos últimos anos. A aparente “folga” financeira do sistema é fundamental para que o Governo possa cumprir com seus compromissos de previdência e assistência social. A rigor, a arrecadação do INSS tem se mostrado insuficiente para pagar todos esses benefícios, como atesta o déficit crescente da previdência, que foi de R\$ 45 bilhões em 2007 e subiu para R\$ 150 bilhões em 2016 (MF, 2017). A

inadimplência de muitos empresários - e do próprio governo - não explica a existência de déficits dessa magnitude. Tem ficado clara a limitação da atual estrutura financeira do sistema para fazer frente às obrigações em relação a aposentadorias e pensões.

No exercício aqui proposto, coloca-se a seguinte questão: “Um trabalhador deposita numa caderneta de poupança, mensalmente, por 420 meses, 20% do seu salário. Decorridos 420 meses, qual será o saldo na caderneta?”. Para responder esta pergunta, teríamos que estimar o valor da inflação nos próximos 420 meses e usar esta estimativa para calcular, a evolução do salário mínimo e o rendimento da poupança. Certamente uma empreitada inviável. Ao invés disso, vamos supor que não haverá inflação e a TR será zero durante todo o período. Assim, para efeito de cálculo, durante os 35 anos, o salário do trabalhador permanece o mesmo e a caderneta de poupança rende 0,5% ao mês.

Sejam  $S$  o salário do trabalhador e  $C_0$  depósito mensal ( $C=0,2S$ ). Para fixar idéias, vamos supor que o trabalhador começou a exercer suas atividades como autônomo no dia 01 de janeiro de 2017 e que a caderneta foi aberta no dia 15 de fevereiro de 2017. Por hipótese o depósito inicial foi  $C$  e vamos supor que, em geral, o depósito relativo a cada mês trabalhado será feito no dia 15 do mês posterior. Dessa forma, teremos na caderneta uma situação análoga à do INSS onde o recolhimento relativo a cada mês é feito até o dia 15 do mês seguinte. Seja  $F_n$  o saldo na caderneta no dia 15 do  $n$ -ésimo mês (o primeiro mês é fevereiro de 2017). Temos:

$$F_1 = C$$

$$F_2 = \sigma F_1 + C = \sigma C + C = (1 + \sigma)C$$

$$F_3 = \sigma F_2 + C = (1 + \sigma + \sigma^2)C$$

e, em geral, para todo  $n \geq 1$ :

$$F_n = (1 + \sigma + \dots + \sigma^{n-1})C$$

No dia 15 de janeiro de 2052, duas semanas após o autônomo ter completado 35 anos de trabalho, é feito o último depósito  $C$  e o acumulado na poupança fica sendo:

$$F = F_{420} = (1 + \sigma + \dots + \sigma^{419})C$$

$$1 + \sigma + \dots + \sigma^{419} = \frac{\sigma^{420} - 1}{\sigma - 1} = 1.424,71$$

Como

resulta que:

$$F = 1.424,71C = 284,942S$$

Este saldo  $F$  será o “fundo para a aposentadoria do trabalhador”. Do mês seguinte em diante não serão mais feitos depósitos na caderneta; antes pelo contrário, no dia 15 de cada mês, será feita uma retirada no valor do salário  $S$ . De 15 de janeiro de 2052 a 15 de fevereiro de 2052 o fundo vai render

$$0,005F = 0,005 * 284,942S = 1,42471S$$

Ou seja, o rendimento vai ser maior do que  $S$ . Quando o trabalhador retirar seu primeiro mês de aposentadoria o saldo ficará sendo:

$$F + 1,42471S - S = F + 0,42471S$$

Portanto, de 15 de janeiro de 2052 a 15 de fevereiro de 2052 o fundo terá crescido de  $F$  para  $F + 0,42471S$ .

Conclusão: o fundo não acaba nunca e, a rigor, continuará crescendo um mês após o outro! O mesmo vai acontecer se, ao invés de retirar  $S$ , o trabalhador retirar mensalmente  $1,42S$ : uma “aposentadoria” eterna no valor de quase um salário e meio! Esta “aposentadoria” é de fato eterna visto que, após o falecimento do trabalhador, a poupança passa para os herdeiros. Por outro lado, pode-se mostrar que se o trabalhador, ao invés de  $S$ , retirar mensalmente  $2S$ , ele exaure o fundo em 19 anos e 11 meses.

No caso das mulheres (aposentadoria aos 30 anos de contribuição), cálculos análogos mostram que o “fundo para aposentadoria da trabalhadora” fica sendo

$$F = (1 + \sigma + \dots + \sigma^{359})C = 1.004,52C = 200,904S$$

De 15 de janeiro de 2047 a 15 de fevereiro de 2047 o fundo vai render

$$0,005F = 0,005 * 200,904S = 1,00452S$$

Novamente o rendimento terá sido maior do que  $S$  e quando a trabalhadora retirar seu primeiro mês de aposentadoria o saldo fica sendo

$$F + 1,00452S - S = F + 0,00452S$$

Também no caso das mulheres, o fundo não acaba nunca e, a rigor, continua crescendo um mês após o outro!

## 5. CONCLUSÃO

Juros compostos tem um efeito impressionante no longo prazo, mesmo assim este não é um conceito familiar para a maior parte da população brasileira. A análise conduzida neste trabalho demonstra, por meio de exemplos, que tiveram como base o investimento de renda fixa mais popular no país, a tradicional Caderneta de Poupança, o seu efeito multiplicador, especialmente em prazos de investimento mais longos.

O planejamento financeiro a longo prazo é um fator muito importante de apoio ao desenvolvimento econômico e social de um país. É particularmente relevante também para a formação de capital para a aposentadoria.

O Brasil passa por um processo de envelhecimento acelerado, e provavelmente se tornará um país envelhecido antes de se tornar um país rico. Cenário que demanda de forma clara, que seus habitantes sejam capacitados em termos de educação matemática e financeira, de forma que possam se preparar melhor para sua futura aposentadoria.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Câmara dos Deputados. **Poupança – A história do mais tradicional investimento do país**. Reportagem Especial. Brasília, 23 jun. 2012. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/camaranoticias/radio/materias/REPORTAGEM-ESPECIAL/420768-POUPANCA-A-HISTORIA-DO-MAIS-TRADICIONAL-INVESTIMENTO-DO-PAIS-BLOCO-2.html>>. Acesso em: 15 jun. 2017.
- GOODWIN, M W. **Dutch and English on the Hudson**. Yale: Yale University Press, 1919.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Estatísticas Históricas do Brasil**, vol. 3, 2ª Edição, Brasília/DF: IBGE, 1990.
- MÁXIMO, Wellton. **Poupança reverte tendência e registra mais depósitos que saques em maio**. Agência Brasil. Brasília, 6 jun. 2017. Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2017-06/poupanca-reverte-tendencia-e-registra-mais-depositos-que-saques-em-maio>>. Acesso em 20 jul. 2017.
- MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL. **Estatísticas da Previdência Social**. Disponível em: <http://previdenciasocial.gov.br>.

Acesso em: 19 de mar. de 2009. Brasília/DF, 2009.

MINISTÉRIO DA FAZENDA. **Resultado do Regime Geral de Previdência Social – RGPS**. Disponível em: <http://www.fazenda.gov.br/centrais-de-contudos/apresentacoes/2017/resultado-do-regime-geral-de-previdencia-social-rgps.pdf>. Acesso em: 25 de jul. de 2017. Brasília/DF, 2017.

OLIVEIRA, Eulina. **Poupança tem ganho real de 1,9% em 2016, melhor resultado desde 2009**. **Folha de São Paulo**, São Paulo, 11 jan. 2017. Mercado. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/mercado/2017/01/1848880-poupanca-tem-ganho-real-de-19-em-2016-melhor-resultado-desde-2009.shtml>>. Acesso em: 10 jul. 2017.

SOUZA, Jorceli Pereira de. **80 anos de Previdência Social no Brasil – um levantamento bibliográfico, documental e iconográfico**. Brasília/DF: MPAS, 2002.

UNITED STATES OF AMERICA. BUREAU OF THE CENSUS. **Historical Statistics of the United States, Colonial Times to 1970, Bicentennial Edition, Part 1**, Washington: USBC, 1975.